

第2讲 一元一次不等式（组）的实际应用

|| 列一元一次不等式组解应用题的一般步骤

(1) **审**：认真审题，分清已知量、未知量及其关系，找出题中的不等关系，要抓住题中的关键词语，如“大于”、“小于”、“不大于”、“不超过”等。

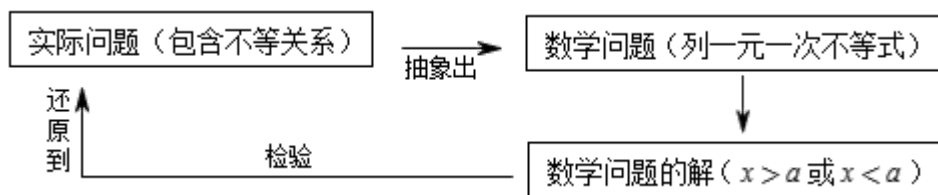
(2) **设**：设出适当的未知数。

(3) **列**：根据题中的不等关系列出不等式（组）。

(4) **解**：解出所列的不等式（组）的解集。

(5) **答**：检验是否符合题意，并写出答案。

即 **审题** → **设未知数** → **找出题中所有的数量关系列出不等式（组）** → **解不等式（组）** → **检验** → **答**。



【教法备注】

①在设未知数和写答案时，一定要写清单位。

②列不等式时，两边所表示的量应该相同，并且单位要统一。

③要养成检验不等式（组）的解集是否合理，是否符合实际情况。

审题是基础，根据不等关系列出不等式是关键，而根据题意找出不等关系又是解题的难点，注意积累利用一元一次不等式（组）解简单实际问题的经验。

一、行程问题

常用的等量关系：路程=速度×时间。

相遇路程=速度和×相遇时间。

追及路程=速度差×追及时间。

|| 例题1

1. 在爆破时，如果导火索燃烧的速度是 0.015m/s ，人跑开的速度是 3m/s ，那么要使点导火索的施工人员 在点火后能够跑到 100m 以外（包括 100m ）的安全地区，这根导火索的长度至少应取 _____ m 。

【答案】 0.5

【解析】 设导火线的长为 $x\text{cm}$ ，

$$\text{由题意得：} \frac{x}{0.015} \geq \frac{100}{3},$$

$$x \geq 0.5\text{cm},$$

答：这根导火索的长度至少应取 0.5m 。

故答案为： 0.5m 。

【标注】【知识点】不等式组的行程问题

练习1

2. 相距 150千米 的 A 、 B 两地在一条笔直的公路上，甲、乙两辆巡警车分别从 A 、 B 两地同时出发，沿公路匀速相向而行，分别驶往 B 、 A 两地。甲、乙两车的速度分别为 70千米/时 、 80千米/时 。已知两车都配有对讲机，当两部对讲机之间距离不超过 15千米 时能够互相通话，则行驶过程中两部对讲机可以保持通话的最长时间为_____。

【答案】 0.2小时

【解析】 设行驶过程中两部对讲机可以保持通话的最长时间为 $x\text{小时}$ ，

相遇之后，两车的距离是 $[(70 + 80)x - 150]\text{千米}$ ，

$$\text{依题意可得} \begin{cases} 150 - 150x \leq 15 \\ 150x - 150 \leq 15 \end{cases},$$

$$\text{解得} 0.9 \leq x \leq 1.1,$$

$\therefore$ 两车在 $0.9 \sim 1.1\text{小时}$ 内的距离是 15千米 ，

$\therefore 1.1 - 0.9 = 0.2\text{小时}$ ，即两部对讲机可以保持通话的时间最长是 0.2小时 ，

故答案为： 0.2小时 。

【标注】【知识点】不等式组的行程问题

例题2

3. 甲、乙两人从相距 24km 的 A 、 B 两地沿着同一条公路相向而行，如果甲的速度是乙的速度的两倍，如果要保证在 2小时 以内相遇，则甲的速度（ ）。
- A. 小于 8km/h B. 大于 8km/h C. 小于 4km/h D. 大于 4km/h

【答案】 B

【解析】设乙的速度为 $x\text{km/h}$ ，则甲的速度为 $2x\text{km/h}$ 。

根据题意可得： $2(x + 2x) > 24$ 。

解得： $x > 4$ 。

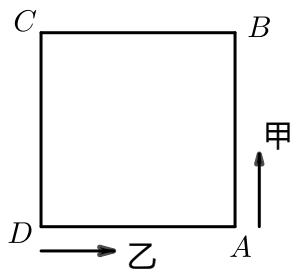
$\therefore$ 甲的速度大于 8km/h 。

故选B。

【标注】【知识点】不等式组的行程问题

练习2

4. 甲、乙二人结伴到广场上锻炼身体。一天，甲、乙两人在广场上绕水池边散步。如图，已知该正方形水池的周长为400米，他们在相邻的两个角上同时沿池边逆时针行走，乙在甲后面，甲每分钟走50米，乙每分钟走44米，那么甲乙二人自出发后到初次在同一边上行走所需要的时间是（ ）。



A. 14分钟

B. 32分钟

C. 34分钟

D. 28分钟

【答案】C

【解析】方法一：设 x 分钟后，甲乙在同一条边上，由题意，

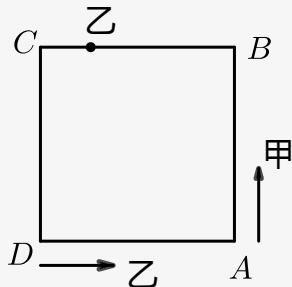
有 $200 \leq 50x - 44x \leq 300$ ，解得 $33\frac{1}{3} \leq x \leq 50$ ，

只有34在这之间。

答：甲乙二人自出发后到初次在同一边上行走所需要的时间是34分钟。

故选C。

方法二：



甲、乙相距100米时，设行走的时间为 t_1 ，则

$$(50 - 44)t_1 = 200,$$

$$\begin{aligned}
 t_1 &= \frac{100}{3}, \\
 \text{此时乙: } \frac{100}{3} \times 44 \times \frac{1}{400} &= \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}, \\
 \therefore \text{乙走了3圈, 又多走了整个周长的} \frac{2}{3}. \\
 \therefore \frac{2}{3} \times 400 &= \frac{800}{3}. \\
 \therefore 200 < \frac{800}{3} < 300, \\
 \therefore \text{可知: 乙在} BC \text{边上且距离} B \text{为} \frac{800}{3} - 200 &= \frac{200}{3}. \\
 \therefore \text{甲应该在} AB \text{上, 距离} B \text{为} \frac{100}{3}. \\
 \therefore V_{\text{甲}} > V_{\text{乙}}, \\
 \therefore \text{甲、乙应第一次同时出现在} BC \text{上, 设甲在} t_1 \text{分钟后, 继续行走至} B \text{点位置的时间为} t_2 \\
 \text{分钟, 则} \\
 t_2 &= \frac{100}{3} \times \frac{1}{50} = \frac{2}{3}. \\
 \therefore t = t_1 + t_2 &= \frac{102}{3} = 34.
 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】不等式组的行程问题

|| 例题3

5. 一艘轮船从某江上游的A地匀速行驶到下游的B地, 用了10h, 从B地匀速行驶返回A地用时12h至13h之间 (不包含12h和13h), 这段水流速度为3km/h, 轮船在静水里的往返速度 $v(v > 3)$ 不变.
- (1) 求 v 的取值范围.
- (2) 若 v 是质数 (大于1的自然数, 除了1和它本身外, 不能被其他自然数整除) 求 v 的值.

【答案】 (1) $23 < v < 33$.

(2) v 的值是29或31.

【解析】 (1) 由题意得, 从A到B的速度为: $(v + 3)$ 千米/时, 从B到A的速度为: $(v - 3)$ 千米/时,

$\therefore$ 从B地匀速返回A地用时12h至13h之间 (不包含12h至13h),

$$\therefore \begin{cases} 12(v - 3) < 10(v + 3) \\ 13(v - 3) > 10(v + 3) \end{cases}$$

解得: $23 < v < 33$.

故 v 的取值范围是 $23 < v < 33$.

(2) $\therefore v$ 是质数,

$\therefore v$ 的值是29或31.

【标注】【知识点】不等式组的行程问题

练习3

6. 某隧道全长10km，一辆汽车以60km/h到80km/h的速度通过该隧道，所用时间可能为（ ）.
- A. 3min B. 6min C. 9min D. 12min

【答案】C

【解析】设所用时间为 t 分钟.

$$\frac{10}{80} \times 60 \leq t \leq \frac{10}{60} \times 60$$
$$7.5 \leq t \leq 10.$$

【标注】【知识点】不等式组的行程问题

二、工程问题

常用的等量关系：工作总量=工作效率×工作时间 .

【注意】工程问题中当不知道工作总量时，通常把工作总量看作单位1 .

例题4

7. 新冠肺炎疫情期间，某口罩厂为了满足疫情防控需求，决定拨款456万元购进A、B两种型号的口罩机共30台. 两种型号口罩机的单价和工作效率如表.

	单价/万元	工作效率/(只/h)
A种型号	16	4000
B种型号	14.8	3000

- (1) 求购进A、B两种型号的口罩机各多少台.
- (2) 现有200万只口罩的生产任务，计划安排口罩机共15台同时进行生产. 若工人每天工作8h，若要在5天内完成任务，则至少安排A种型号的口罩机多少台.

【答案】(1) 见解析

(2) 见解析

【解析】(1) 解：设购进A种型号的口罩机 x 台，B种型号的口罩机 y 台.

根据题意, 得: $\begin{cases} x + y = 30 \\ 16x + 14.8y = 456 \end{cases}$

解得: $\begin{cases} x = 10 \\ y = 20 \end{cases}$.

答: 购进A种型号的口罩机10台, B种型号的口罩机20台.

(2) 解: 设购进A种型号的口罩机 m 台, 则购进B种型号的口罩机 $(15 - m)$ 台,

根据题意, 得: $5 \times 8 \times [4000m + 3000(15 - m)] \geq 2000000$,

解得: $m \geq 5$,

答: 至少购进A种型号的口罩机5台.

【标注】【知识点】不等式组的工程问题; 二元一次方程组应用题

练习4

8. 某工程公司承建了一段公路的施工工程, 这个工程的施工土方量为132万立方米, 原计划由公司的甲、乙两个工程队从公路的两端同时相向施工150天恰好完成, 由于特殊情况, 公司临时抽调甲队去别处施工, 只能由乙队先单独施工40天后甲队返回, 两队再共同施工110天, 经过计算, 这样甲、乙两队只能完成113.6万立方米的土方量.

(1) 问甲、乙两队原计划平均每天的施工土方量分别为多少万立方米?

(2) 在现在的情况下, 要想保证在150天内完成任务, 公司在施工开始前就为乙队新配备一批机械和人员来提高乙队的效率, 那么乙队平均每天的施工土方量至少要比原来提高多少万立方米才能保证按时完成任务? (结果精确到1立方米)

【答案】(1) 0.46万立方米, 0.42万立方米.

(2) 0.1227万立方米.

【解析】(1) 设甲原计划平均每天的施工土方量为 x 万立方米, 乙为 y 万立方米,

根据题意得 $\begin{cases} 150(x + y) = 132 \text{ ①} \\ 40y + 110(x + y) = 113.6 \text{ ②} \end{cases}$

化简得 $\begin{cases} x + y = \frac{132}{150} \text{ ③} \\ 40y + 110(x + y) = 113.6 \end{cases}$,

将③代入②得 $40y + 110 \times \frac{132}{150} = 113.6$,

解得 $y = 0.42$,

将 $y = 0.42$ 代入③,

得 $x = 0.46$.

答: 甲原计划平均每天的施工土方量为0.46万立方米, 乙为0.42万立方米.

(2) 设乙队平均每天的施工土方量比原来提高 a 万立方米才能保证按时完成任务,

根据题意得：

$$110 \times 0.46 + (40 + 110) \times (0.42 + a) \geq 132 ,$$

$$50.6 + 63 + 150a \geq 132 ,$$

$$150a \geq 18.4 ,$$

$$a \geq \frac{46}{375} ,$$

$\therefore a$ 至少约等于0.1227万立方米 .

答：乙队平均每天的施工土方量至少要比原来提高0.1227万立方米才能保证按时完成任务 .

【标注】【知识点】不等式组的工程问题

9. 甲、乙两车间同生产一种零件，甲车间有1人每天生产6件，其余每人每天生产11件，乙车间有1人每天生产7件，其余的生产10件，已知各车间生产的零件总数相等，且不少于100件不超过200件，求甲、乙车间各多少人？

【答案】 甲车间12人，乙车间13人 .

【解析】 设甲车间的人数为 x 人，乙车间的人数为 y 人，

$$\text{可得：} 6 + 11(x - 1) = 7 + 10(y - 1) ,$$

$$\text{可得：} y = \frac{11x - 2}{10} ,$$

$$\text{根据题意可得：} \begin{cases} 6 + 11(x - 1) \geq 100 \\ 6 + 11(x - 1) \leq 200 \end{cases} ,$$

$$\text{解得：} 9\frac{6}{11} \leq x \leq 18\frac{7}{11} ,$$

因为 x, y 取整数，

$$\text{所以：} x = 12, y = 13 ,$$

答：甲、乙车间各12，13人 .

【标注】【知识点】不等式组的工程问题

三、和差倍分问题

和差倍分问题题目会出现表示相等关系的关键词语，如“和、差、积、商、大小、多少、几倍、几分之几”等 .

和差倍分问题的基本等量关系式：较大量 $=$ 较小量 $+$ 多余量，总量 $=$ 倍数 $\times$ 一份的量 .

|| 例题5

10. 小明参加学校举办的法律知识竞赛，共有25道题，规定答对一道题得4分，答错一道题扣2分，不答得0分，只有得分超过80分才能获奖，小明有2道题没答，问小明至少答对多少道题才能获奖？

【答案】 小明至少答对22道题才能获奖。

【解析】 设小明答对 x 道题才能获奖，则答错 $(25 - 2 - x)$ 道。

由题意，得

$$4x - 2(25 - 2 - x) > 80,$$

$$\text{解得：} x > 21,$$

$\because x$ 为整数，

$$\therefore x \geq 22,$$

答：小明至少答对22道题才能获奖。

【标注】 【知识点】不等式组的和差倍分

11. 某中学为丰富学生的校园生活，准备从体育用品商店一次性购买若干个足球和篮球，若购买2个足球和3个篮球共需510元，购买3个足球和2个篮球共需490元。
- (1) 求购买一个足球、一个篮球各需多少元？
- (2) 根据该中学的实际情况，需从体育用品商店一次性购买足球和篮球共80个，要求购买足球和篮球的总费用不超过7815元，这所中学最多可以购买多少个篮球？

【答案】 (1) 一个足球90元，一个篮球110元。

(2) 30。

【解析】 (1) 设购买一个足球 x 元，一个篮球 y 元。

$$\text{由题意知} \begin{cases} 2x + 3y = 510 \\ 3x + 2y = 490 \end{cases},$$

$$\text{得} \begin{cases} x = 90 \\ y = 110 \end{cases}.$$

答：购买一个足球90元，一个篮球110元。

(2) 设买 a 个篮球，则足球 $(80 - a)$ 个，

$$\text{依题意得 } 110a + 90(80 - a) \leq 7815,$$

$$a \leq 30\frac{3}{4}.$$

$\because a$ 为整数，

$$\therefore a = 30.$$

答：最多买30个篮球．

【标注】【知识点】不等式组的和差倍分

练习5

12. 为了节省空间，家里的饭碗一般是按如图所示摆起来存放的，如果6只饭碗（注：饭碗的大小形状都一样，下同）摆起来的高度为15cm，9只饭碗摆起来的高度为20cm，李老师的碗橱每格的高度为36cm，则李老师一摞碗最多只能放 _____ 只．



【答案】18

【解析】设碗身的高度为 x cm，碗底的高度为 y cm，

$$\text{由题意得，} \begin{cases} 6x + y = 15 \\ 9x + y = 20 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = 5 \end{cases}$$

设李老师一摞碗能放 a 只碗，

$$\frac{5}{3}a + 5 \leq 36,$$

$$\text{解得：} a \leq \frac{93}{5},$$

故李老师一摞碗最多只能放18只碗．

【标注】【知识点】不等式组的和差倍分

13. 养牛场原有30头大牛和15头小牛，1天约用饲料675千克．一周后又购进12头大牛和5头小牛，这时1天约用饲料940千克．
- (1) 一头大牛和一头小牛每天约用饲料各多少千克．
- (2) 养牛场因市场拓展需要，准备再购进同品种的大牛和小牛若干头，其中新购进的小牛的数量是新购进的大牛数量的2倍还少3头，要求这时养牛场每天所用饲料总数不得超过1100千克，问最多可以再购进多少头大牛．

【答案】(1) 大牛每天约用饲料20千克，小牛每天约用饲料5千克．

(2) 最多可以购进5头大牛.

【解析】(1) 设一头大牛每天约用饲料 x 千克, 一头小牛每天约用饲料 y 千克.

$$\begin{cases} 30x + 15y = 675 \\ 42x + 20y = 940 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = 20 \\ y = 5 \end{cases}.$$

答: 大牛每天约用饲料20千克, 小牛每天约用饲料5千克.

(2) 设新购进大牛 a 头, 小牛 $(2a - 3)$ 头.

$$20a + 5(2a - 3) \leq 1100 - 940,$$

$$\text{解得 } a \leq 5\frac{5}{6},$$

$\because a$ 取整数,

$$\therefore a = 5.$$

答: 最多可以购进5头大牛.

【标注】【知识点】不等式组的和差倍分

四、调配问题

调配问题是指从甲处调一些人(或物)到乙处,使之符合一定的数量关系,或从第三方调入一些人(或物)到甲、乙两处,使之符合一定的数量关系.

|| 例题6

14. 把一些书分给几名同学,如果每人分3本,那么余8本;如果前面的每名同学分5本,那么最后一人就分不到3本,则这些书一共有 _____ 本.

【答案】26

【解析】设有 x 个学生,那么共有 $(3x + 8)$ 本书,

$$\text{则: } \begin{cases} 3x + 8 - 5(x - 1) \geq 0 \\ 3x + 8 - 5(x - 1) < 3 \end{cases},$$

$$\text{计算得到: } \begin{cases} 3x + 8 - 5x + 5 \geq 0 \\ 3x + 8 - 5x + 5 < 3 \end{cases}.$$

$$\text{最终解得: } 5 < x \leq 6.5.$$

因为 x 必须为整数,

$$\text{所以 } x = 6,$$

$$\text{故共有 } 6 \times 3 + 8 = 26 \text{ (本)}.$$

【标注】【知识点】不等式组的分配问题

练习6

15. 秋高气爽丹桂飘香的周末，801班的“雄鹰假日小队”的小伙伴们去西溪湿地公园“寻找秋天”。出发前队长小明给每位同学都发了巧克力，若每人发2块，则剩余5块。若每人发3块，则其中有一人有巧克力但不到4块。请求出参加活动的小队人数和小明带来的巧克力数。

【答案】 当参加活动人数为5人时，有15块巧克力；
当参加活动人数为6人时，有17块巧克力；
当参加活动人数为7人时，有19块巧克力。

【解析】 设：小队人数为 x ，小明带来的巧克力数为 y 。

$$\text{由题意} \begin{cases} 2x + 5 - 3(x - 1) > 0 \\ 2x + 5 - 3(x - 1) < 4 \end{cases}$$

解得 $4 < x < 8$ ，

$\because x$ 是整数，

$\therefore x = 5$ 或 6 或 7 ，

当 $x = 5$ 时， $y = 15$ ，

当 $x = 6$ 时， $y = 17$ ，

当 $x = 7$ 时， $y = 19$ 。

答：当参加活动人数为5人时，有15块巧克力；

当参加活动人数为6人时，有17块巧克力；

当参加活动人数为7人时，有19块巧克力。

【标注】 【知识点】不等式组的和差倍分

五、利润问题

常见等量关系：商品利润 = _____ = _____。

商品利润率 = _____。

进价 $\times$ (1 + 利润率) = _____ = _____。

【教法备注】

商品利润 = 商品售价 - 商品进价 = 商品标价 $\times$ 折扣 - 商品进价。

商品利润率 = $\frac{\text{商品利润}}{\text{商品进价}} \times 100\%$ 。

进价 $\times$ (1 + 利润率) = 标价 $\times$ 折扣 = 售价。

例题7

16. 五一前夕，某时装店老板到厂家选购A、B两种品牌的时装，若购进A品牌的时装5套，B品牌的时装6套，需要950元；若购进A品牌的时装3套，B品牌的时装2套，需要450元。
- (1) 求A、B两种品牌的时装每套进价分别为多少元？
- (2) 若1套A品牌的时装售价130元，1套B品牌的时装售价102元，时装店将购进的A、B两种时装共50套全部售出，所获利润要不少于1470元，问A品牌时装至少购进多少套？

【答案】 (1) 75套。

(2) 40套。

【解析】 (1) 设A种品牌的时装每套进价为 x 元，B种品牌的时装每套进价为 y 元，

$$\text{依题意得：} \begin{cases} 5x + 6y = 950 \\ 3x + 2y = 450 \end{cases}, \text{解得：} \begin{cases} x = 100 \\ y = 75 \end{cases}.$$

答：A种品牌的时装每套进价为100元，B种品牌的时装每套进价为75元。

(2) 设A种品牌的时装购进 m 套，则B种品牌的时装购进 $(50 - m)$ 套，

$$(130 - 100)m + (102 - 75)(50 - m) \geq 1470,$$

解得： $m \geq 40$ ，

$\because m$ 为正整数。

答：A服装品牌至少购进40套。

【标注】【知识点】二元一次方程组的经济问题

练习7

17. 进入六月以来，西瓜出现热卖。佳佳水果超市用760元购进甲、乙两个品种的西瓜，销售完共获利360元，其进价和售价如下表：

	甲品种	乙品种
进价（元/千克）	1.6	1.4
售价（元/千克）	2.4	2

- (1) 求佳佳水果超市购进甲、乙两个品种的西瓜各多少千克？
- (2) 由于销售较好，该超市决定，按进价再购进甲、乙两个品种西瓜，购进乙品种西瓜的重量不变，购进甲品种西瓜的重量是原来的2倍，甲品种西瓜按原价销售，乙品种西瓜让利销售。若两个品种的西瓜售完获利不少于560元，问乙品种西瓜最低售价为多少元？

【答案】 (1) 购进300千克甲品种西瓜，200千克乙品种西瓜。

(2) 乙品种西瓜最低售价为1.8元每千克.

【解析】(1) 设购进甲种西瓜 x 千克, 乙种西瓜 y 千克,

$$\text{由题可得: } \begin{cases} 1.6x + 1.4y = 760 \\ (2.4 - 1.6)x + (2 - 1.4)y = 360 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 300 \\ y = 200 \end{cases}$$

即购进300千克甲品种西瓜, 200千克乙品种西瓜.

(2) 设乙品种西瓜最低售价为 a 元,

$$2 \times 300 \times (2.4 - 1.6) + 200 \times (a - 1.4) \geq 560$$

$$600 \times 0.8 + 200a - 280 \geq 560$$

$$480 + 200a - 280 \geq 560$$

$$200a \geq 360$$

$$a \geq 1.8.$$

$$\text{解得: } a \geq 1.8,$$

即乙品种西瓜最低售价为1.8元每千克.

【标注】【知识点】二元一次方程组的经济问题

六、方案选择问题

一元一次不等式(组)的解一般情况下是无穷多个, 但由于实际问题的限制, 可能只有其中的某个或某些满足实际问题, 这样也就随之产生了一种或几种设计方案. 优化方案问题先要列举出所有可能的方案, 再按题目要求分别求出每种方案的具体结果, 进行比较, 从中选择最优.

【注意】方案选择时, 要根据实际情况选择范围内的合适数量, 比如正数或者整数等.

|| 例题8

18. 某公司有A、B两种型号的客车共15辆, 它们的载客量, 每天的租金和车辆数如下表所示, 已知在15辆客车都坐满的情况下, 共载客570人.

	A型号客车	B型号客车
载客量(人/辆)	45	30
租金(元/辆)	400	280
车辆数(辆)	a	b

(1) 求表中 a , b 的值.

(2)

某中学计划租用A、B两种型号的客车共5辆，同时送七年级师生到基地参加社会实践活动，已知该中学租车的总费用不超过1900元．

- ① 求最多能租用多少辆A型号客车？
- ② 若七年级的师生共有195人，请写出所有可能的租车方案，并确定最省钱的租车方案．

【答案】 (1) $\begin{cases} a = 8 \\ b = 7 \end{cases}$.

(2) ① 最多能租用4辆A型号客车．

② 最省钱的租车方案为租用A种客车3辆，B种2辆．

【解析】 (1) 由题意得 $\begin{cases} 45a + 30b = 570 \\ a + b = 15 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = 8 \\ b = 7 \end{cases}$.

(2) ① 设计划租用A种型号的客车 x 辆，则计划租用B种型号的客车 $5 - x$ 辆，

$$400x + 280(5 - x) \leq 1900 ,$$

$$\text{解得 } x \leq 4\frac{1}{6} ,$$

$\because x$ 为非负整数，

$\therefore x$ 最大为4．

答：最多能租用4辆A型号客车．

② 根据题意得 $45x + 30(5 - x) \geq 195$,

$$x \geq 3 ,$$

$$\text{而 } x \leq 4\frac{1}{6} ,$$

$$\therefore 3 \leq x \leq 4\frac{1}{6} ,$$

$$\therefore x = 3, 4 ,$$

所有可能的租车方案为：

方案一，A3辆，B2辆， $3 \times 400 + 2 \times 280 = 1760$ （元），

方案二，A4辆，B1辆， $4 \times 400 + 1 \times 280 = 1880$ （元），

答：最省钱的租车方案为租用A种客车3辆，B种2辆．

【标注】【知识点】不等式组的方案选择问题

练习8

19. 某电器商城销售A、B两种型号的电风扇，进价分别为160元、120元，下表是近两周的销售情况：

销售时段	销售数量		销售收入
	A种型号	B种型号	
第一周	3台	4台	1200元

第二周

5台

6台

1900元

- (1) 求A、B两种型号的电风扇的销售单价．
- (2) 若商城准备用不多于7500元的金额再采购这两种型号的电风扇共50台，求A种型号的电风扇最多能采购多少台？
- (3) 在(2)的条件下，商城销售完这50台电风扇能否实现利润超过1850元的目标？若能，请给出相应的采购方案；若不能，请说明理由．

【答案】 (1) A、B两种型号的电风扇的销售单价分别为200元和150元．

(2) 最多采购A型号37台．

(3) 当购买A型号36台或37台时，可以实现利润超过1850元．

【解析】 (1) 设A、B两种型号的电风扇的销售单价分别为 x 元， y 元，

$$\begin{cases} 3x + 4y = 1200 \\ 5x + 6y = 1900 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 200 \\ y = 150 \end{cases}$$

$\therefore$ A、B两种型号的电风扇的销售单价分别为200元和150元．

(2) 设A型号采购了 a 台，则B型号采购 $(50 - a)$ 台，

$$160a + 120(50 - a) \leq 7500,$$

$$160a + 6000 - 120a \leq 7500,$$

$$40a \leq 1500,$$

$$a \leq 37.5,$$

$\because a$ 为整数，

$\therefore$ 最多采购A型号37台．

(3) $(200 - 160)a + (150 - 120)(50 - a) > 1850,$

$$40a + 30(50 - a) > 1850,$$

$$40a + 1500 - 30a > 1850,$$

$$10a > 350,$$

$$a > 35,$$

$$\therefore a \leq 37.5,$$

$\therefore$ 当 $a = 36$ 或 $a = 37$ 时，能实现利润超过1850元．

$\therefore$ 当购买A型号36台或37台时，可以实现利润超过1850元．

【标注】 【知识点】不等式组的方案选择问题

七、梯度计价问题

例题9

20. 小李家每月水费都不少于15元，自来水公司的收费标准为：若每户每月用水不超过 5m^3 ，则每立方米收费1.8元；若每户每月用水超过 5m^3 ，则超出部分每立方米收费2元，那么小李家每月用水量至少为多少立方米？

【答案】 8立方米 .

【解析】 设小李每月用水量是 x 立方米，

$$1.8 \times 5 + 2(x - 5) \geq 15,$$

解得， $x \geq 8$.

答：小李家每月用水量至少为8立方米 .

【标注】 【知识点】不等式组的梯度计价问题

练习9

21. 为了鼓励居民节约用水，我市某地水费按下表规定收取：

每户每月用水量	不超过10吨（含10吨）	超过10吨的部分
水费单价	1.30元/吨	2.00元/吨

- (1) 若小明家4月份付水费不少于21元，问他家4月份用水至少多少吨？
- (2) 若小华家3、4月份共用25吨水（其中4月份用水多于3月份）共收水费37.4元（水费按月结算），则小华家3月、4月各用水多少吨？
- (3) 已知某住宅区100户居民5月份交水费共1682元，且该月每户用水量均不超过15吨（含15吨），问该月用水量不超过10吨的用户最多可能有多少户？

【答案】 (1) 14吨 .

(2) 8吨，17吨 .

(3) 61户 .

【解析】 (1) 设小明家4月份用水为 x 吨，

$$\because 10 \times 1.3 = 13 (\text{元}) < 21 (\text{元}),$$

$$\therefore x > 10,$$

$$\text{则 } 1.3 \times 10 + (x - 10) \times 2 \geq 21,$$

解得： $x \geq 14$ ，

答：他家4月份用水至少14吨．

(2) 设3月份用水 m 吨，4月用水 $(25 - m)$ 吨，

由题意可知， $m < 25 - m$ ，

$\therefore m < 12.5$ ， $25 - m > 12.5$ ，

则①当 $0 < m \leq 10$ 时，

$1.3m + 13 + 2(25 - m - 10) = 37.4$ ，

解得 $m = 8$ ，

$\therefore 25 - m = 25 - 8 = 17$ (吨) ；

②当 $10 < m < 12.5$ 时，

$13 + 2(m - 10) + 13 + 2(25 - m - 10) = 37.4$ ，

$36 \neq 37.4$ ，

$\therefore$ 无解，

综上，3月份用水8吨，4月份用水17吨．

(3) 设用水量不超过10吨的用户有 n 户，则超过10吨不超过15吨用户有 $(100 - n)$ 户，

则 $13n + [13 + 2 \times (15 - 10)](100 - n) \geq 1682$ ，

解得 $10n \leq 618$ ， $n \leq 61.8$ ，

$\therefore n$ 最大为61，

答：用水量不超过10吨的用户最多有61户．

【标注】【知识点】不等式组的梯度计价问题